

高等学校教材

# 电 路

(第三版)

上册

邱关源 主编

高等教育出版社

BEST AVAILABLE COPY

C 2

(京)112号

### 内容简介

本书的第一版和第二版为《电路(电工原理 I)》和《电路(修订本)》，此为第三版。本书的内容满足工科电工课程教学指导委员会于1986年制订的高等工业学校课程(130—160学时)的教学基本要求，并经高等学校工科电工课程教学指导委员会电路理论及信号分析小组审查通过，作为电工类教材出版。

全书共有20章和两个附录，分上、下两册出版。上册有14章，电路模型和电路定律，电阻电路的等效变换，电阻电路的一般分析，电路定理，具有运算放大器的电阻电路，非线性电阻电路，一阶电路，二阶电路，一阶和二阶非线性电路，相量法，正弦电流电路的分析，具有耦合电感电路，三相电路，非正弦周期电流电路和信号的频谱。下册包括6章和附录，拉普拉斯变换，网络函数，电路方程的矩阵形式，二端口网络，电路设计，开关电路网络简介，均匀传输线(附录A)，磁路和铁心线圈(附录B)。每章及附录均有习题，书末附有答案。

### 图书在版编目(CIP)数据

电路 上册/邱关源主编.—3版.—北京:高等教育出版社,1998重印

高等学校教材

ISBN 7-04-002131-5

I. 电… I. 邱… II. 电路-高等学校-教材 IV. TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 00655 号

高等教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

地质出版社印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 14.25 字数 350 000

1978 年第 1 版 1989 年 4 月第 3 版 1998 年 1 月 16 次印刷

印数:485 052—530 061

定价 12.80 元

### 第三版序言

本书的第一版《电路(电工原理 I)》和第二版《电路(修订本)》先后于 1978 年和 1982 年出版。此次出版的为第三版。新版本内容满足工科电工课程教学指导委员会于 1986 年制订的高等工业学校课程(130—160 学时)的教学基本要求。全书共有 20 章和两个附录,分上、下两册出版。

与第二版对比,主要的变动和调整有:(1)把图论的基本知识前移,补充了建立电路方程的 2b 法。(2)把运算放大器前移,作为一种基本多端元件来处理,有关内容也随之而加强。(3)非线性电路的部分内容经过改写并稍有充实。这部分移到了上册,目的是为了有利于配合后续课程的需要,不过仍可放在线性电路部分的后面来讲授。(4)增加了电路设计的初步概念。除在个别章节中略有涉及外,专门增加了一章(第十九章),这可能有利于加强工程背景。(5)增加了有关开关电容网络的初步知识(第二十章)。这新增的两章均作为参考内容列入。(6)个别图形符号和正弦电流电路部分的少量定义参照有关国家标准作了相应的变动。(7)删去了网络的计算机辅助分析的内容。

本版本对基本内容、传统内容和新内容的协调予以充分的注意,而以前两者为主。由于电路课程的教学时数不可能增多,除考虑到各部分内容的分量恰当外,删简了一些较繁琐的或过分强调技巧的内容,而力图突出基本概念和基本原理,并采用比较有效和精练的方式把问题交待清楚。这样做可能更有利于培养学生在教师指导下的自学能力。

考虑到一些专业的教学需要,书末增加了有关电路的内容作为附录。本版本保留了第二版的部分例题和习题,而总的习题数

# 注意 第十一章 正弦电流电路的分析

## 内 容 提 要

本章用相量法来分析求解正弦电流电路,引入阻抗、导纳的概念,相量图,正弦电流电路的瞬时功率和有功功率、无功功率、视在功率和复功率等。本章还将通过实例介绍电路方程的相量形式和线性电路定理的相量描述和应用。最后介绍电路的谐振现象和谐振曲线以及最大功率传输问题。

## § 11-1 阻抗和导纳

应用相量法分析正弦电流电路时,电路中的 KCL 和 KVL 可以用相量方程来表述。电路中电阻、电感和电容上的电流、电压的相量关系按 § 10-3 可以分别写为

$$\begin{aligned}\frac{\dot{U}_R}{\dot{I}_R} &= R, & \frac{\dot{I}_R}{\dot{U}_R} &= G \left( = \frac{1}{R} \right) \\ \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} &= j\omega L, & \frac{\dot{I}_L}{\dot{U}_L} &= -j \frac{1}{\omega L} \\ \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} &= -j \frac{1}{\omega C}, & \frac{\dot{I}_C}{\dot{U}_C} &= j\omega C\end{aligned}$$

以上诸式可以用如下统一形式来表示,即

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z, \quad \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = Y$$

式中  $Z$  和  $Y$  分别称为元件的阻抗和导纳。

以上对元件上电流、电压的相量关系的讨论可以推广到由这些元件构成的不含独立电源的一端口(见图 11-1 a)。在正弦电流源  $i_s(t)$  的激励下,端口电压  $u$  将是同频的正弦量。设

$$i_s(t) = \sqrt{2} I_s \cos(\omega t + \psi_i)$$

端口电压

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \psi_u)$$

这样,端口电流相量  $\dot{I} = I / \underline{\psi_i}$  ( $= I_s / \underline{\psi_i}$ ), 端口电压相量  $\dot{U} = U / \underline{\psi_u}$ 。  $\dot{U}$  和  $\dot{I}$  之比用  $Z$  表示, 即有

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z| / \underline{\varphi_z}$$

$Z$  称为一端口的驱动点阻抗或简称阻抗,  $|Z| = U/I$ ,  $\varphi_z = \psi_u - \psi_i$ 。

$Z$  是一个复数, 所以又称为(复数)阻抗,  $|Z|$  是阻抗的模<sup>①</sup>,  $\varphi_z$  为阻抗角。阻抗的图形符号见图 11-1 b, 它与电阻的图形符号相似。

如果一端口的阻抗为已知, 则端口电压可按下式计算

$$\begin{aligned}\dot{U} &= Z \dot{I} \\ U &= |Z| I\end{aligned}$$

$$\psi_u = \varphi_z + \psi_i$$

端口电压值等于阻抗的模乘以端口电流值, 电压的初相等于阻抗角加电流的初相。

阻抗  $Z$  用代数形式表示时可写为  $Z = R + jX$ ,  $Z$  的实部即  $\text{Re}[Z] = R$ , 称为“电阻”,  $Z$  的虚部即  $\text{Im}[Z] = X$ , 称为“电抗”。

根据上述定义, 电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  的阻抗  $Z_R$ 、 $Z_L$  和  $Z_C$  分别为

<sup>①</sup> 我国传统上把  $Z$  称为复阻抗, 而把  $|Z|$  称为阻抗, 并用小写字母  $z$  表示, 即有  $z = |Z|$ 。

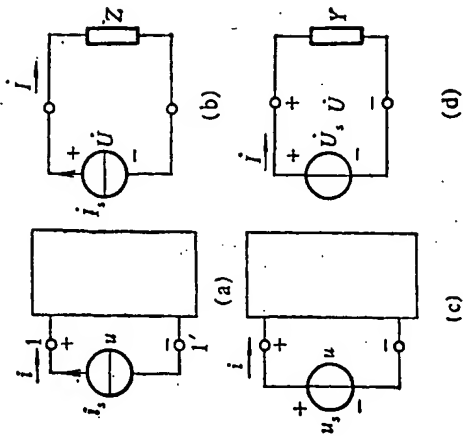


图 11-1 (驱动点)阻抗和导纳

$$Z_R = R, \quad Z_L = j\omega L, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$$

可见  $Z_R$  的“电阻”即  $R$ , 而  $Z_R$  的“电抗”为零。同理,  $Z_L$  和  $Z_C$  的“电阻”为零,  $Z_L$  的“电抗”(用  $X_L$  表示)为  $\omega L$ ,  $Z_C$  的“电抗”(用  $X_C$  表示)为  $-1/\omega C$ , 即有

$$X_L = \omega L, \quad X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

$X_L$  简称为感抗,  $X_C$  简称为容抗<sup>①</sup>。

如果一端口的输入为正弦电压源(图 11-1 c)

$$u_i = \sqrt{2} U_i \cos(\omega t + \psi_i)$$

端口电流响应为

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

①  $X_C$  也有定义为  $X_C^{\text{def}} = \frac{1}{\omega C}$ 。

则可以用一端口的导纳或驱动点导纳  $Y$  来表示端口电流相量  $\dot{I}$  与电压相量  $\dot{U}$  之比, 即有

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y| \angle \varphi_Y$$

其中  $\dot{I} = I \angle \psi_i$ ,  $\dot{U} = U \angle \psi_u$  ( $= U \angle \psi_u$ ),  $|Y| = I/U$ ,  $\varphi_Y = \psi_i - \psi_u$ 。

$Y$  也是一个复数, 所以又称为(复数)导纳,  $|Y|$  是导纳的模<sup>②</sup>,  $\varphi_Y$  称为导纳角。导纳的图形符号与阻抗的相似(见图 11-1 d)。如果一端口的导纳为已知, 则端口电流可按下式计算

$$\dot{I} = Y \dot{U}$$

而  $I = |Y| U$ ,  $\psi_i = \psi_u + \varphi_Y$ 。

导纳  $Y$  用代数形式表示时可写为  $Y = G + jB$ ,  $Y$  的实部即  $\text{Re}[Y] = G$ , 称为“电导”,  $Y$  的虚部即  $\text{Im}[Y] = B$ , 称为“电纳”。

根据以上定义, 电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  的导纳  $Y_R$ 、 $Y_L$  和  $Y_C$  分别为

$$Y_R = 1/R, \quad Y_L = 1/j\omega L = -j/\omega L, \quad Y_C = j\omega C$$

$Y_L$  的“电纳”用  $B_L$  表示,  $B_L = -1/\omega L$ ;  $Y_C$  的“电纳”用  $B_C$  表示,  $B_C = \omega C$ 。 $B_L$  简称为感纳,  $B_C$  简称为容纳。

引入阻抗和导纳的概念后, 阻抗(导纳)的串联和并联电路的计算, 形式上完全与电阻电路一样, 并且可以用一个等效的阻抗(导纳)来替代。在这种情况下, 阻抗与电阻对应, 导纳与电导对应。

对于图 11-2 a 所示  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路, 它的阻抗  $Z$  可以求得为

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

① 我国传统上把  $Y$  称为复导纳, 而把  $|Y|$  称为导纳且令  $y = |Y|$ 。

② 此定义式系根据 GB3102.5-82。

③  $B_L$  也有定义为  $B_L^{\text{def}} = 1/\omega L$ 。

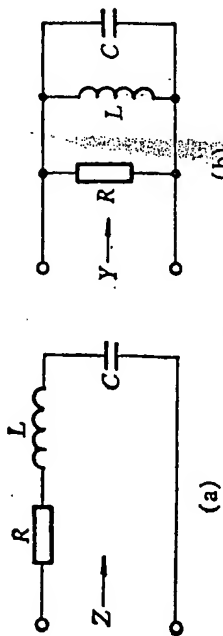


图 11-2 \$R, L, C\$ 串联和并联的阻抗和导纳

$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX$$

\$Z\$ 的实部就是电阻 \$R\$，它的虚部 \$X\$ 即电抗，

$$X = X_L + X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

电抗是 \$\omega\$ (正弦激励的角频率) 的函数。\$R, L, C\$ 串联的阻抗 \$Z\$ 的模和阻抗角分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \lg \varphi_z = \frac{X}{R} = \frac{X_L + X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

而 \$Z = |Z| \angle \varphi\_z\$, \$R = |Z| \cos \varphi\_z\$, \$X = |Z| \sin \varphi\_z\$。

当 \$X > 0\$ (即 \$\omega L > 1/\omega C\$) 时，称 \$Z\$ 呈感性，而当 \$X < 0\$ (即 \$\omega L < 1/\omega C\$) 时，称 \$Z\$ 呈容性。对于图 11-2 b 所示的 \$R, L, C\$ 并联电路，它的导纳 \$Y\$ 可以求得为

$$Y = Y_R + Y_L + Y_C = 1/R + 1/j\omega L + j\omega C$$

$$= \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + jB$$

\$Y\$ 的实部就是电导 \$G\$ (\$= 1/R\$)，它的虚部 \$B\$ 即电纳。

$$B = B_C + B_L = \omega C - \frac{1}{\omega L}$$

电纳 \$B\$ 同样是 \$\omega\$ 的函数，\$R, L, C\$ 并联的导纳的模和导纳角分别

为

$$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2}, \quad \lg \varphi = \frac{B}{G} = \frac{B_C + B_L}{G} = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}$$

而 \$Y = |Y| \angle \varphi\$, \$G = |Y| \cos \varphi\$, \$B = |Y| \sin \varphi\$，

当 \$B > 0\$ (即 \$\omega C > 1/\omega L\$) 时，称 \$Y\$ 呈容性，而当 \$B < 0\$ (即 \$\omega C < 1/\omega L\$) 时，称 \$Y\$ 呈感性。

一般情况下，对于一个由电阻、电感、电容构成的一端口，它的 (驱动点) 阻抗将是外施正弦激励的角频率 \$\omega\$ 的函数，故可写为

$$Z(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

式中 \$Z(j\omega)\$ 的实部 \$\text{Re}[Z(j\omega)] = R(\omega)\$ 称为它的电阻分量，它的虚部 \$\text{Im}[Z(j\omega)] = X(\omega)\$ 称为电抗分量。电阻分量和电抗分量都将是 \$\omega\$ 的函数。\$Z(j\omega)\$ 可以用电阻和电抗的串联形式来表示。

同理，一端口 (驱动点) 导纳可写为

$$Y(j\omega) = G(\omega) + jB(\omega)$$

式中 \$Y(j\omega)\$ 的实部 \$\text{Re}[Y(j\omega)] = G(\omega)\$ 称为电导分量，它的虚部 \$\text{Im}[Y(j\omega)] = B(\omega)\$ 称为电纳分量。电导分量和电纳分量都将是 \$\omega\$ 的函数。\$Y(j\omega)\$ 可以用电导和电纳的并联形式来表示。

对于同一个一端口，不难看出它的阻抗 \$Z\$ 和导纳 \$Y\$ 互为倒数，

即有

$$ZY = 1, \quad Y = 1/Z \text{ 或 } Z = 1/Y$$

例如，对由电阻 \$R\$ 和电感 \$L\$ 的串联组合 (图 11-3 a)，它的阻

抗为

$$Z = R + jX$$

其中 \$X = \omega L\$。它的等效导纳为

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G_0 + jB_0$$

可见，并联的等效电导和电纳分别为

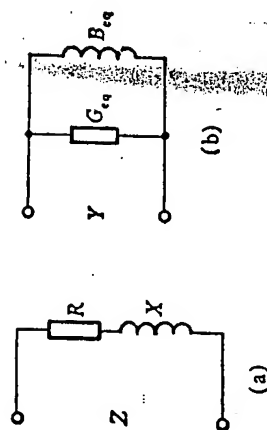


图 11-3 阻抗变换为等效导纳

$$G_{aq} = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B_{aq} = -\frac{X}{R^2 + X^2}$$

注意, 一般情况下,  $G_{aq} \neq 1/R$ ,  $B_{aq} \neq \frac{1}{\omega L}$ , 而  $G_{aq}$  和  $B_{aq}$  都是  $\omega$  的函数。表示等效导纳的并联组合如图 11-3b。

阻抗以及它的电阻分量和电抗分量具有电阻的量纲。导纳则具有电导的量纲。

例 11-1 已知  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路, 如图 11-4 所示, 其中  $R = 15\Omega$ ,  $L = 12\text{ mH}$ ,  $C = 5\mu\text{F}$ , 端电压  $u = 100\sqrt{2}\cos(5000t)\text{V}$ , 试求电路中的电流  $i$  和各元件上的电压(瞬时表达式)。

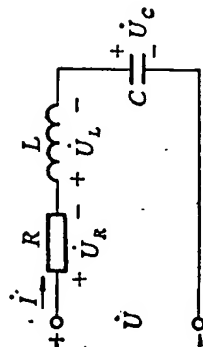


图 11-4 例 11-1 图

解 用相量法, 先写出已知相量, 计算电路的阻抗, 然后求出解答, 电路的电压相量为

$$\dot{U} = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$$

电路的阻抗为

$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

其中

$$j\omega L = j5000 \times 12 \times 10^{-3} = j60\Omega$$

$$-j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{5000 \times 5 \times 10^{-6}} = -j40\Omega$$

所以

$$Z = 15 + j60 - j40 = 15 + j20 = 25 \angle 53.13^\circ \Omega$$

设电路的电流相量为  $\dot{I}$ , 得

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{25 \angle 53.13^\circ} = 4 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

各元件上的电压相量分别为

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 15 \times 4 \angle -53.13^\circ = 60 \angle -53.13^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = j60 \times 4 \angle -53.13^\circ = 240 \angle 36.87^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j40 \times 4 \angle -53.13^\circ = 160 \angle -143.13^\circ \text{ V}$$

它们的瞬时表达式很容易写出, 分别是

$$i = 4\sqrt{2}\cos(5000t - 53.13^\circ) \text{ A}$$

$$u_R = 60\sqrt{2}\cos(5000t - 53.13^\circ) \text{ V}$$

$$u_L = 240\sqrt{2}\cos(5000t + 36.87^\circ) \text{ V}$$

$$u_C = 160\sqrt{2}\cos(5000t - 143.13^\circ) \text{ V}$$

注意, 本例中电感和电容上的电压都高于电路的端电压。!

## § 11-2 阻抗(导纳)的串联和并联、相量图

对于由  $n$  个阻抗串联而成的电路, 其等效阻抗就是

$$Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$$

对于由  $n$  个导纳并联的电路, 其等效导纳就是

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$$

当两个阻抗  $Z_1$  和  $Z_2$  并联时, 等效阻抗为

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

支路中的电流分配是

$$I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I$$

$$I_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} I$$

式中  $I$  是总电流,  $I_1$  和  $I_2$  分别为流过  $Z_1$  和  $Z_2$  的电流。

在正弦电流电路分析中, 往往需要作一种能反映 KCL、KVI 和电压、电流关系的相量图, 这种图称为电路的相量图。它用几何图形来表示各相量的关系, 并可以辅助电路的分析计算。图中除了按比例画出各相量的模外, 最重要的是确定各相量的相位关系。它们是根据元件(或支路)的阻抗(导纳)的特性来相对确定的。在作相量图时, 可以选择某一相量作为参考相量, 而其他有关相量就根据它来加以确定。参考相量的初相可取为零, 也可取其他值, 视不同情况而定。在作串联电路的相量图时, 一般取电流为参考相量, 从而确定各元件的电压相量; 表达 KVL 的各电压相量可按向量求和的方法作出。在作并联电路的相量图时, 一般取电压为参考相量, 从而确定各元件的电流相量; 表达 KCL 的各电流相量可按向量求和的方法作出。

例 11-1 是串联电路, 所以取电流为参考相量。现有

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} - j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

而相量图的作法如下, 先画出电流相量(根据计算结果, 或假设), 然后从原点开始相对于电流相量画各电压相量(方程右边), 例如先画  $\dot{U}_R = R\dot{I}$  (与电流同相), 再从  $\dot{U}_R$  的末端画下一个电压相量, 如  $\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}$  (超前电流  $90^\circ$ ), 依次类推。最后, 从原点至上述最后一个电压相量的末端的相量就是上述 KVL 方程左边的电压相量  $\dot{U}$ 。图 11-5 a 就是例 11-1 的电路相量图, 由于 KVL 方程与电压次序无关, 所以图 11-5 b 亦为该例的相量图。KVL 方程在图上表现为一个封闭的多边形。

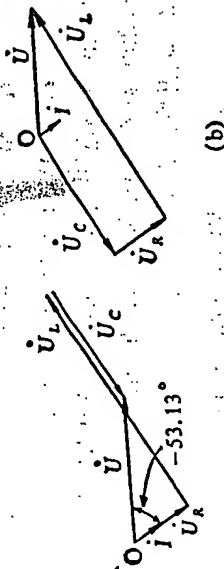


图 11-5 例 11-1 电路相量图

例 11-2 附图电路中, 已知  $i_1 = \sqrt{2} \cos(10000t)$  A,  $Z_1 = 10 + j50 \Omega$ ,  $Z_2 = -j50 \Omega$ , 求支路电流  $i_1$ ,  $i_2$  和端电压  $u_1$ 。

解 可以直接引入两个阻抗并联电路的分流公式, 即

$$I_1 = I \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

代入数据后有

$$I_1 = 1/\sqrt{2} \times \frac{-j50}{10 + j50 - j50} = 5/\sqrt{-90^\circ} \text{ A}$$

根据 KCL, 得

① 作相量图时可以不画实轴和虚轴。

能破坏系统的正常工作。所以,对谐振现象的研究,有重要的实际意义。通常采用的谐振电路是由电阻、电感和电容组成的串联谐振电路和并联谐振电路。下面,我们来分析电路发生谐振的条件和谐振时的一些特征。

对于图 11-21 所示的  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路,在正弦激励下,当端口的电压相量  $\dot{U}$  与电流相量  $\dot{I}$  同相时,这一工作状态称为谐振。

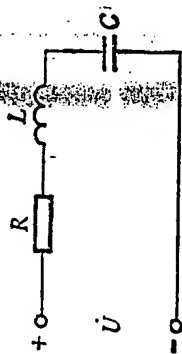


图 11-21  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联谐振电路

发生谐振时的电源频率称为电路的谐振频率。因此,  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路发生谐振时的条件为

$$\operatorname{Im}[Z(j\omega)] = 0, \text{ 或 } \arg[Z(j\omega)] = 0$$

式中  $Z(j\omega)$  为驱动点阻抗, 即有

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$\omega_0$  为  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路的谐振角频率, 可解得

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

由于  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , 所以有

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

由上式可知, 串联电路的谐振频率  $f_0$  与电阻  $R$  无关; 它反映了串

联电路的一种固有的性质, 而且对于每一个  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路, 总有一个对应的谐振频率  $f_0$ 。而且, 改变  $\omega$ 、 $L$  或  $C$  可使电路发生谐振或消除谐振。

现在来讨论串联谐振的一些特征。

因为  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路发生谐振时, 其电抗  $X(\omega_0) = 0$ , 所以电路的阻抗

$$Z(j\omega) = R + jX(\omega)$$

是一个纯电阻, 这时阻抗的模为最小值, 阻抗角  $\varphi = 0$ 。这时虽有  $X = 0$ , 但感抗和容抗均不为零, 也就是

$$X = X_L + X_C = 0$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \neq 0$$

由于谐振时有  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , 把它代入上式, 得

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

$\rho$  称为串联谐振电路的特性阻抗, 它是一个由电路的  $L$ 、 $C$  参数决定的量。在无线电技术中, 通常还根据谐振电路的特性阻抗  $\rho$  与回路电阻  $R$  的比值的大小来讨论谐振电路的性能, 此比值用  $Q$  来表示。即

$$Q \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$Q$  称为谐振回路的品质因数或谐振系数, 工程中简称为  $Q$  值。它是一个无量纲的量。

谐振时电路中的电流为

$$i = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R}$$

① 在前面我们用  $Q$  表示无功功率, 这里又用  $Q$  表示品质因数, 请读者根据上下文加以区别。



此时,电流与电压同相,有效值达到了最大值(在 $U$ 为常数时)。而且此电流的最大值完全决定于电阻值,而与电感和电容值无关。这是串联谐振电路的一个很重要的特征,根据它可以断定电路发生了谐振。

谐振时各元件的电压相量分别为

$$\dot{U}_R = RI = R \frac{\dot{U}}{R} = \dot{U}$$

$$\dot{U}_L = j\omega_0 LI = j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = jQ\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -j \frac{1}{\omega_0 C} I = -jQ\dot{U}$$

电感上与电容上的电压相量之和为

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = jQ\dot{U} - jQ\dot{U} = 0$$

可见,  $\dot{U}_L$  和  $\dot{U}_C$  的有效值相等, 相位相反, 相互完全抵消。根据这一特点, 串联谐振又称电压谐振。这时, 外施电压全部加在电阻  $R$  上, 电阻上的电压达到了最大值。图 11-22 是  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路谐振时的电压相量图。此外,  $U_L$  和  $U_C$  是外施电压的  $Q$  倍, 因此可以用测量电容上的电压的办法来获得谐振回路的  $Q$  值, 即

$$Q = \frac{U_C(\omega_0)}{U}$$

如果  $Q \gg 1$ , 则电路在接近谐振时, 电感和电容上会出现超过外施电压  $Q$  倍的高电压。根据不同情况可以利用或者应避免这一现象。例如, 在电力系统中, 如出现这种高电压是不允许的, 因为它将引起某些电气设备的损坏。

串联谐振时电路吸收的无功功率等于零, 即

$$Q = UI \sin \varphi = 0$$

也就是  $Q = Q_L + Q_C = 0$  或  $|Q_L| = |Q_C|$

谐振时电感与电容之间进行着能量的相互交换而不与电源之间交换能量。下面将说明, 储存在电感中的磁场能量和电容中的电场

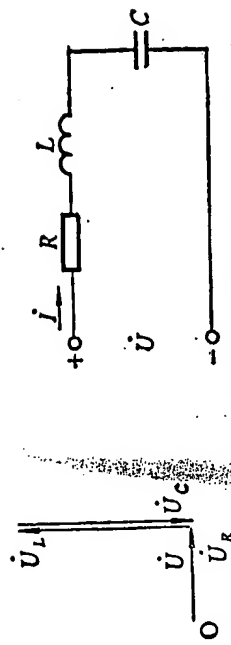


图 11-22 串联谐振时的电压相量图

图 11-23 例 11-13 图

能量的总和与回路品质因数  $Q$  值之间的关系。谐振时电感和电容中所储存的电磁能量的总和  $W$  为

$$W = W_L + W_C = \frac{1}{2} LI_m^2 \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} CU_m^2 \cos^2 \omega_0 t$$

但谐振时有

$$U_{Cm} = \frac{1}{\omega_0 C} I_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m$$

$$U_{Cm} = QU_m$$

$$W = \frac{1}{2} C Q^2 U_m^2$$

所以

可见, 谐振时, 在电感和电容中所储存的电磁能量的总和  $W$  是不随时间变化的一个常量, 且与回路品质因数  $Q$  值的平方成正比。

例 11-13 电路如图 11-23 所示。已知:  $L = 20 \text{ mH}$ ,  $C = 200 \text{ pF}$ ,  $R = 100 \Omega$ , 正弦电压源电压  $U = 10 \text{ V}$ 。求电路的谐振频率  $f_0$ 、电路的  $Q$  值及谐振时的  $U_C$ 、 $U_L$ 。

$$\begin{aligned} \text{解 } f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \sqrt{20 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-12}}} \\ &= 79.6 \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{20 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-12}}} = 100$$

$$U_L = U_C = QU = 100 \times 10 = 1000V$$

为了研究  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路的谐振性能，需要考虑电路中的电流、电压、阻抗(或导纳)的模以及阻抗角(或导纳角)等各量随频率变化的关系，这些关系称为频率特性。表明电流、电压与频率的关系的图形，称为谐振曲线。

我们先来研究阻抗的频率特性。由于

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L + X_C) = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{X(\omega)}{R}$$

当外施电压的有效值不变时，电流的频率特性为

$$I(\omega) = \frac{U}{|Z(j\omega)|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = |Y(j\omega)|U$$

可见电流的谐振曲线  $I(\omega)$  与  $|Y(j\omega)|$  的频率特性完全相似。图 11-24a、b、c 分别为  $|Z|$ 、 $\varphi(\omega)$  和  $|Y|$  的频率特性。

从电流的谐振曲线(与图 11-24 c 相似)可以看出，电路只有在谐振频率附近的一段频率内，电流才有较大的幅值，而在  $\omega_0$  即谐振频率处出现峰值。当  $\omega$  偏离谐振频率时，由于电抗  $|X|$  的增加，电流将从谐振时的最大值  $(U/R)$  下降，表明电路逐渐增强它对电流的抑制能力。所以串联谐振电路具有选择最接近于谐振频率附近的电流的性能，这种性能在无线电技术中称为选择性。不难看出，电路选择性的好坏与电流的谐振曲线在谐振频率附近的尖锐程度有关，即与电流的变化陡度有关。下面通过电流的频率特性来分析研究  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联电路的选择性问题。

把频率特性图的横坐标改为  $\omega/\omega_0 = \eta$ 。当  $\eta = 1$  时，电路发生谐振。实际上， $\eta$  表明角频率  $\omega$  偏离谐振角频率  $\omega_0$  的程度。

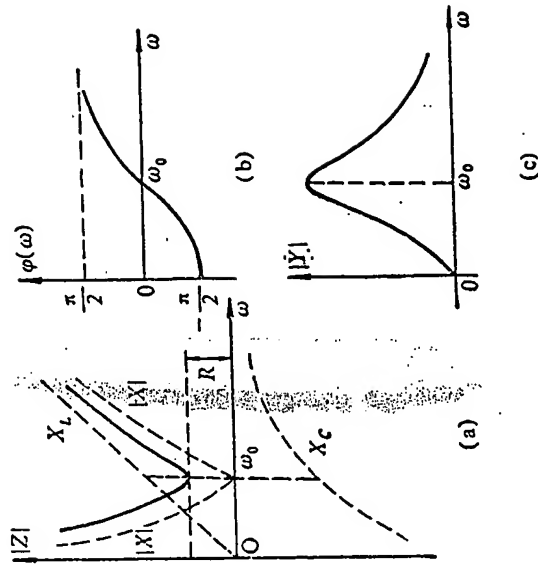


图 11-24 频率特性

把纵坐标  $I(\omega)$  改为  $I(\omega)/I(\omega_0) = I(\eta)/I_0$ ，其中  $I_0 (= U/R)$  为谐振时电流。这样就可以得到

$$\frac{I(\eta)}{I_0} \left( = \frac{I(\omega/\omega_0)}{I(\omega_0)} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \eta - \frac{1}{\eta} \right)^2}}$$

此式左边的比值称为相对抑制比，表明电路在  $\omega$  偏离谐振频率时，对非谐振电流的抑制能力。从上式可以看出，相对抑制比与谐振电路的品质因数  $Q$  值有关，图 11-25 画出了  $Q=1$ 、 $Q=10$  和  $Q=100$  3 条曲线。因为对于  $Q$  值相同的任何  $R$ 、 $L$ 、 $C$  串联谐振电路只有一条曲线与之对应。所以，这种曲线称为串联谐振电路的通用曲线。这组曲线十分清楚地表明  $Q$  值的大小显著地影响电

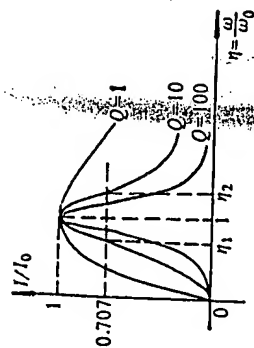


图 11-25 串联谐振电路的通用曲线

流谐振曲线在谐振频率附近的陡度。 $Q$ 值越大(例如 $Q=100$ )，曲线的形状就越尖锐，这时，当 $\eta$ 稍微偏离1时(即 $\omega$ 稍微偏离 $\omega_0$ 时)， $I(\eta)/I_0$ 就急剧地下降。表明电路对非谐振频率的电流具有较强的抑制能力，谐振电路的选择性就好。反之，如 $Q$ 值很小(例如 $Q=1$ 时)，则在谐振频率附近，电流变化不大，曲线的顶部形状比较平缓，选择性就差。

上面的讨论是定性地概述。实际工程中，往往要求给出定量的衡量指标，以便进行比较和作为设计谐振电路的要求。一般规定，以电流的通用曲线上 $I(\eta)/I_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ 这一点对应的

两个频率点(对应 $|X|=R$ )之间的宽度作为这种指标，这个宽度称为带宽，又称为通频带，它规定了谐振电路允许通过信号的频率范围。

现在，我们用类似的方法来分析 $U_L$ 和 $U_C$ 的频率特性，它们分别为

$$U_L(\omega) = \frac{\omega L U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{QU}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2} + Q^2 \left(1 - \frac{1}{\eta^2}\right)^2}}$$

$$U_C(\omega) = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{QU}{\sqrt{\eta^2 + Q^2(\eta^2 - 1)^2}}$$

它们的曲线如图 11-26 所示( $Q=1.25$ 时)。显然，它们的形状与 $Q$ 值也有很大关系。可以证明，当 $Q > 1/\sqrt{2} = 0.707$ 时，出现峰值时的频率和峰值如下：

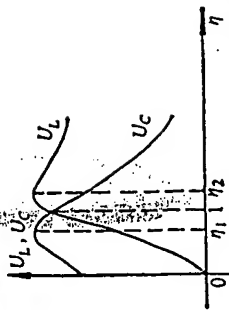


图 11-26 串联谐振电路的 $U_L$ 、 $U_C$ 的频率特性

对于 $U_C$ ，有

$$\eta_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < 1$$

或者

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0$$

$$U_{C_{\max}} = U_C(\eta_1) = \frac{QU}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} > QU$$

对于 $U_L$ ，有

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{2Q^2}{2Q^2 - 1}} > 1$$

或者

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{\frac{2Q^2}{2Q^2 - 1}} > \omega_0$$

$$U_{L_{max}} = U_L(\eta_2) = \frac{QU}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} > QU$$

可以看出,  $U_{L_{max}} = U_{L_{max}}$ , 当  $Q$  值很大时, 两峰值向谐振频率接近。当  $Q < 0.707$  时,  $U_C, U_L$  都没有峰值。

如果改变的是电路参数  $L$  和  $C$ , 则谐振特性应作分析。

## § 11-7 正弦电流电路的并联谐振

图 11-27a 为最简单的  $R, L, C$  并联谐振电路。对于这个电路的谐振问题, 完全可以用与串联谐振电路类似的方法来分析。现在我们来分析工程上常采用的电感线圈与电容非联的谐振电路, 如同图 b 所示, 其中电感线圈用  $R$  和  $L$  的串联组合来表示。同串联谐振电路一样, 当端口出现电压相量  $\dot{U}$  与电流相量  $\dot{i}$  同相时, 电路的这一工作状态称为并联谐振。谐振条件为

$$\text{Im}[Y(j\omega)] = 0$$

图 11-27b 电路的驱动点导纳  $Y(j\omega)$  为

$$Y(j\omega) = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} + \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$$

谐振时有

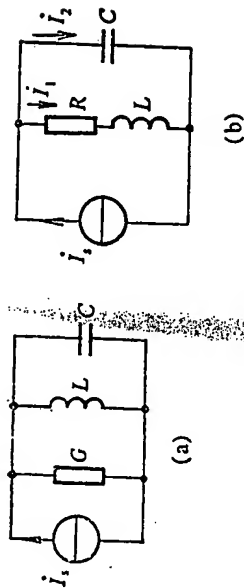


图 11-27 并联谐振电路

$$\frac{-\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} + \omega_0 C = 0$$

从此式可解得

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L - CR^2}{L^3 C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

并联谐振频率则为

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

由上式可以看出, 电路的谐振角频率完全由电路的参数来决定, 而且只有当  $1 - \frac{CR^2}{L} > 0$ , 即  $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$  时,  $\omega_0$  才是实数, 也就是说电

路才有谐振频率。如果  $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$ , 上式中的根号内将是负数, 则

$\omega_0$  成为虚数, 电路就不会发生谐振, 即电压电流不能同相。

并联谐振时, 由于电纳等于零, 故复导纳将为

$$Y(j\omega_0) = G_0 = \frac{R}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = \frac{CR}{L}$$

此时整个电路相当于一个电阻, 如以  $R_0$  表示, 则

$$R_0 = \frac{1}{Y(j\omega_0)} = \frac{1}{G} = \frac{L}{Ck}$$

此时端电压为

$$\dot{U}(\omega_0) = \dot{I}_s / Y(j\omega_0) = \frac{L}{C} \dot{I}_s$$

谐振时各支路电流为

$$\dot{I}_1 = \dot{U}(\omega_0) Y_1(j\omega_0) = \frac{L}{C} \dot{I}_s |Y_1(j\omega_0)| \frac{\dot{I}_s}{\angle \varphi_1}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}(\omega_0) Y_2(j\omega_0) = \frac{L}{C} \dot{I}_s \dot{\omega}_0 C / \pi/2$$

设  $\dot{I}_1 = I_1 \angle 0^\circ$ , 则电流相量图如图 11-28 所示。可以看出, 并联谐振时,  $\dot{I}_1$  和  $\dot{I}_2$  的虚部(无功电流)之和为零。根据这一特点, 并联谐

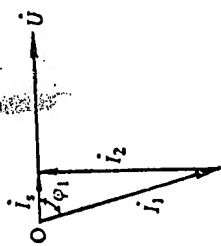


图 11-28 并联谐振电路的电流相量图

振称电流谐振。电感  $L$  所吸收的无功功率是电容  $C$  “发出”的, 即有  $Q_L + Q_C = 0$ 。另一方面可以看出, 当  $\lg \varphi_1(\omega_0) = -\omega_0 L / R$  很大时, 谐振时电路的阻抗模将很高。因此, 在接近并联谐振时,  $U(\omega_0)$  将会很高(电流源供电时), 而且支路电流  $I_1$  和  $I_2$  将比  $I_s$  大很多。

应当注意, 和串联谐振电路一样, 以上的讨论都是调节电源的频率。如果所调节的是  $L$  或  $C$ , 则电路的导纳或阻抗以及电流电压随调节参数的变化规律需另作讨论, 这里不一一详细介绍了。顺便在这里谈一下关于谐振的定义问题, 或者说在什么条件

下电路发生谐振, 和什么是谐振频率。前面我们认为当电路的电压和电流同相时, 电路发生谐振, 也即以相位差为零时的频率定义为谐振频率。其实还可以根据别的条件来定义谐振频率, 例如可以以将电容上电压为极大(即电荷的极大振荡)时的频率定义为谐振频率。对于串联的  $R$ 、 $L$ 、 $C$  电路, 这两个频率就不一样。同理, 对于图 11-27 b 所示的并联谐振电路, 这两个频率也是不一样的。不过在  $Q$  值较高的情况下, 它们之间的差别极小。

例 11-14 电路如图 11-29 所示。已知  $R_1 = 10.1 \Omega$ ,  $R_2 = 1000 \Omega$ ,  $C = 10 \mu F$ , 电路发生谐振时的角频率  $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$ ,  $U_s = 100 \text{ V}$ 。试求电感  $L$  和电压  $\dot{U}_{10}$ 。

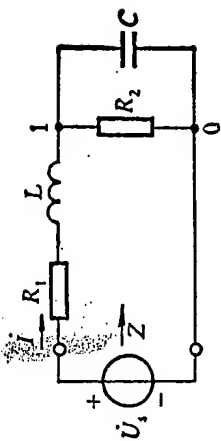


图 11-29 例 11-14 图

解 根据谐振条件

$$\text{Im}[Z] = 0$$

$$Z = R_1 + j\omega_0 L + \frac{-j \frac{R_2}{\omega_0 C}}{R_2 - j \frac{1}{\omega_0 C}} (= R_1 + j\omega_0 L + Z_{eq})$$

其中  $Z_{eq}$  为  $R_2$ 、 $C$  并联的等效阻抗,

$$Z_{eq} = \frac{-j 10^3}{10 - j1} = 9.9 - j99 \Omega$$

谐振时有

$$\omega_0 L - 99 = 0$$

解得

$$L = 99 \text{ mH}$$

**This Page is Inserted by IFW Indexing and Scanning  
Operations and is not part of the Official Record**

**BEST AVAILABLE IMAGES**

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images include but are not limited to the items checked:

- ☒ **BLACK BORDERS**
- ☐ **IMAGE CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES**
- ☒ **FADED TEXT OR DRAWING**
- ☒ **BLURRED OR ILLEGIBLE TEXT OR DRAWING**
- ☐ **SKEWED/SLANTED IMAGES**
- ☐ **COLOR OR BLACK AND WHITE PHOTOGRAPHS**
- ☐ **GRAY SCALE DOCUMENTS**
- ☒ **LINES OR MARKS ON ORIGINAL DOCUMENT**
- ☐ **REFERENCE(S) OR EXHIBIT(S) SUBMITTED ARE POOR QUALITY**
- ☐ **OTHER: \_\_\_\_\_**

**IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.**

**As rescanning these documents will not correct the image problems checked, please do not report these problems to the IFW Image Problem Mailbox.**